

Sollte Gabriel Maria besuchen?

Eine kurze Einführung in den Satz von Bayes

Maria und Gabriel sind alte Freunde aus Porto Santo, einer kleinen Insel mitten im Atlantik. Maria vermisst Gabriel, der sich der Marine angeschlossen hat, um eine lange Reise auf dem Schulschiff Sagres zu unternehmen. Vor einem Monat schickte Gabriel eine Postkarte aus Rio de Janeiro, in der er Maria mitteilte, dass er sie morgen besuchen würde, da die Sagres auf ihrem Weg nach Lissabon drei Tage lang in Porto Santo vor Anker liegen würde.

Oh nein! COVID-19-Ausbrüche in Porto Santo und Sagres in der vergangenen Woche zwangen Maria und Gabriel dazu, sich auf die Krankheit testen zu lassen. Beide Freunde verwendeten denselben Schnelltest, COVRAPID, und wurden positiv getestet! Der Ausbruch ist auf dem Schiff stärker als auf der Insel, mit einem geschätzten Prozentsatz an infizierten Besatzungsmitgliedern und Inselbewohnern von 7 % bzw. 1 %.

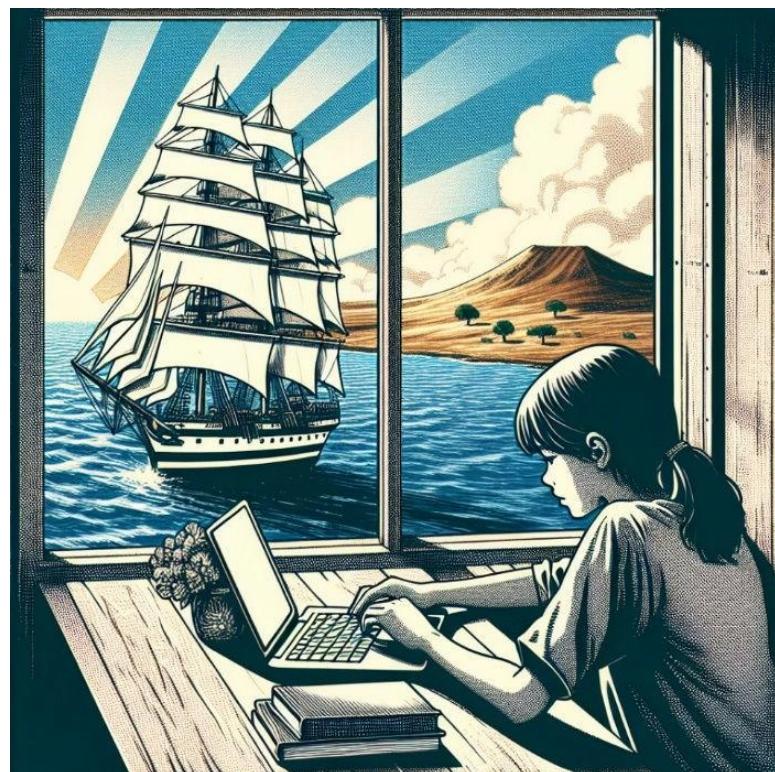
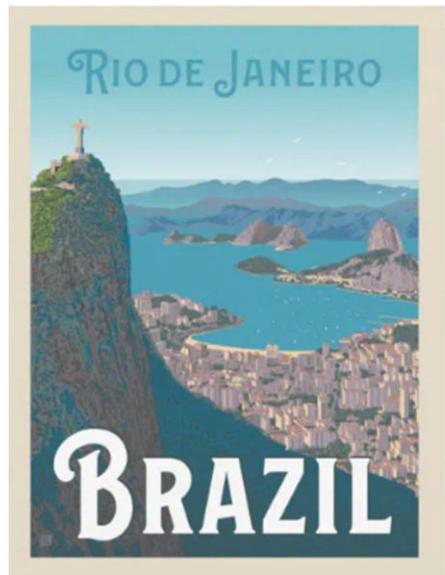
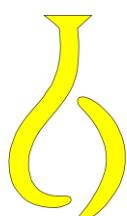


Bild erstellt in Vello AI

Gabriel schickte eine E-Mail, in der er erwähnte, dass sie sich treffen könnten, da beide einen positiven COVRAPID-Test hatten und die Wahrscheinlichkeit einer Infektion daher gleich sein sollte.

Maria hatte gerade den Satz von Bayes gelernt, der besagt, dass die Wahrscheinlichkeit sowohl mit der Infektionshäufigkeit als auch mit der Leistungsfähigkeit des COVRAPID-Tests (Wahr-Positiv-Rate, TP, oder Sensitivität, und Falsch-Positiv-Rate, FP) zusammenhängt. Leider tritt COVID-19 auf dem Schiff viel häufiger auf als auf der Insel.



Eurachem

A FOCUS FOR
ANALYTICAL CHEMISTRY
IN EUROPE

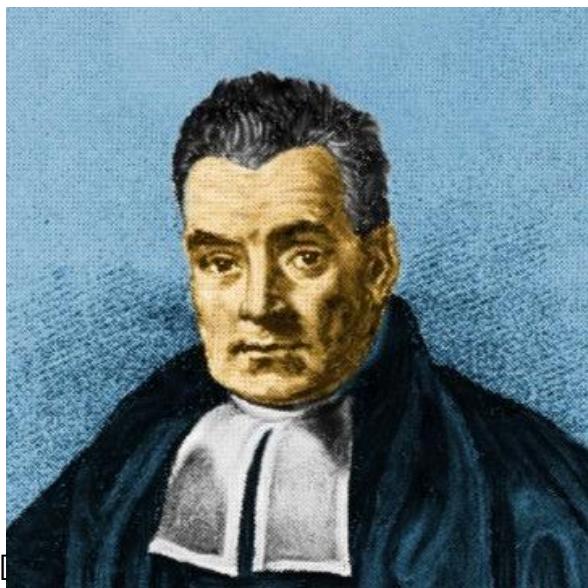
Maria sandte Gabriel den Eurachem/CITAC-Leitfaden zur qualitativen Analyse, um ihm zu verdeutlichen, wie die Infektionshäufigkeit und die Leistungsfähigkeit von COVID-Tests zur Infektionswahrscheinlichkeit beitragen.

$$PP \text{ (Maria)} = \frac{0,01 \cdot TP}{0,01 \cdot TP + (1 - 0,01) \cdot FP} = 62,0 \%$$

$$PP \text{ (Gabriel)} = \frac{0,07 \cdot TP}{0,07 \cdot TP + (1 - 0,07) \cdot FP} = 92,4 \%$$

wobei PP (Maria) und PP (Gabriel) die „A-Posteriori-Wahrscheinlichkeiten“ (PP) dafür darstellen, dass Maria und Gabriel infiziert sind, bei einer TP von 81 % und einer FP von 0,5 %.

Nach der Berechnung fühlt sich Gabriel nicht wohl dabei, Maria zu besuchen. Es ist sehr wahrscheinlich, dass Gabriel erkrankt ist, und ein Besuch würde das Risiko erhöhen, dass Maria sich ansteckt, falls ihr Testergebnis falsch positiv ist. Die Freunde hoffen, dass die Wahrscheinlichkeiten auf ihrer Seite sein werden, wenn sich eine neue Gelegenheit für ein Treffen ergibt.



Thomas Bayes (1701–1761) war ein englischer presbyterianischer Geistlicher und Statistiker, der für die Formulierung eines Theorems bekannt ist, das beschreibt, wie sich die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses (z. B. einer Infektion) mit neuen Informationen verändert: der Satz von Bayes.

Quellennachweis

R Bettencourt da Silva and S L R Ellison (eds.) Eurachem/CITAC Guide:
Assessment of performance and uncertainty in qualitative chemical analysis.
Erste Fassung, Eurachem 2021. Verfügbar unter <https://www.eurachem.org>.